دوفصلنامه محاسبات و سامانه‌های توزیع شده
www.jdcs.ir

JDCS

الگوریتم محاسبات جواب های سالیتونی معادله غیر خطی تعمیم یافته RKL

احمد نیرمه*[1]

دانشیار گروه ریاضی دانشگاه گنبد کاووس، گنبد، ایران[1]

چکیده

اساس و پایه بسیاری از پدیده ها در علوم مختلف به طور ذاتی غیر خطی هستند که توسط معادلات دیفرانسیل جزئی و معمولی شکل پیدا می کنند. به جزء تعداد محدودی از این معادلات که داری حل تحلیلی دقیق هستند، بیشتر این مسائل حل دقیق ندارند؛ که باید به وسیله شیوه‌های جدیدی مبتنی بر کد نویسی هایی بر پایه نرم افزارهایی همچون میپل و متلب حل شوند. در این نوشتار برانیم تا با استفاده از یک تعمیم جدید برای شکل جواب ها در روش تبدیل بکلاند، با استفاده از نرم افزار میپل جواب های سالیتونی جدیدی برای معادله غیرخطی تعمیم یافته رادهاکریشنان-کاندو-لاکشمینن را بیان می کنیم.

کلمات کلیدی: سالیتون، موج ، معادله غیر خطی RKL[1]،

تاریخچه مقاله:

تاریخ ارسال: ۹۸/۱۰/۰۱

تاریخ اصلاحات: ۹۸/۱۲/۰۱

تاریخ پذیرش: ۹۸/۱۲/۱۵

تاریخ انتشار: ۹۸/۱۲/۲۰

Calculating algorithm of the Soliton Solutions of the Generalized Nonlinear RKL Equation

Ahmad Neirameh[1*]

[1]Gonbad Kavous University, Gonbad, Iran

Abstract

The basis of many phenomena in the various sciences are inherently nonlinear, formed by partial and ordinary differential equations. With the exception of a limited number of these equations that have precise analytical solutions, most of these problems do not have precise solutions, which must be solved by new coding-based methods based on software such as Mipple and MATLAB. In this paper, using a new generalization to shape the answers in the Bacland conversion method, we use Mipple software to express new salutary answers to the generalized nonlinear equation of Radacricians-Cando-Lakshminen.

Keywords:

Soliton
Wave
generalized nonlinear RKL equation

روش ارجاع به مقاله: الگوریتم محاسبات جواب های سالیتونی معادله غیر خطی تعمیم یافته RKL، ا. نیرمه، دو فصلنامه محاسبات و سامانه های توزیع شده، سال دوم، شماره دوم، شماره پیاپی ۴، سال ۱۳۹۸، ص ۱۴۱ تا ۱۴۹

---

[1] Generalized Radhakrishnan, Kundu, Lakshmanan equation

E-mail:a.neirameh@gonbad.ac.ir

۱-مقدمه:

اکثر قوانین طبیعی- فیزیکی نظیر معادلات ماکسول، قوانین حرکت نیوتن، معادلات شرودینگر در مکانیک کوانتوم، بر حسب معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی قابل بیان هستند. یعنی این قوانین پدیده های فیزیکی را به وسیله ی ارتباط فضا و مشتقات نسبت به زمان توضیح می دهند. وجود مشتقات در این معادلات بیشتر از این جهت است که مشتق ها پدیده های طبیعی (مانند سرعت، شتاب، نیرو، اصطکاک، شار، شدت جریان) را نمایش می دهند. در سال ۲۰۱۲ "یان استوارت" تحقیقات گسترده‌ی خود را به صورت کتابی به نام "در تعقیب ناشناخته‌ها: ۱۷ معادله‌ای که دنیا را تغییر داد" منتشر کرد. در کتاب استوارت، اساسی‌ترین معادلات ریاضی، جمع‌آوری شده‌اند و بیشتر از بحث‌های ریاضی‌وار، به جنبه و کاربرد آن‌ها در زندگی انسان پرداخته شده است. استوارت می‌گوید: "معادلات ریاضی گاهی خسته‌کننده و پیچیده به نظر می‌رسند و دلیلش هم این است که با روش‌های پیچیده و خسته‌کننده‌ای بیان شده‌اند". او در ادامه‌ی توضیحات خود اضافه می‌کند که ؛هر کسی می‌تواند از زیبایی و اهمیت این معادلات قدردانی کند بدون این که روش حل آن‌ها را بداند. هدف از معرفی این معادلات این است که جایگاه آن‌ها را در زندگی انسان درک کنیم و از جنبه‌های ناگفته و پنهان آن‌ها در تاریخ پرده برداریم". وی خاطرنشان کرد: "این معادلات، بخش حیاتی و مهم فرهنگ ما هستند. چرا که هر کدام از آن‌ها داستانی به همراه خود دارند. این داستان‌های جذاب درباره‌ی افرادی است که آن‌ها را کشف کرده‌اند و به نوعی شرایط زمانی آن دوران را بیان بازگو می‌کنند".

از جمله این ۱۷ معادله می توان به معادله ناویر استوکس، معادله ماکسول، معادله بلک شولز، معادله شرودینگر اشاره نمود که نشان دهنده جایگاه بسیار مهم معادلات در علوم مختلف و پدیده های فیزیکی در عالم هستی می باشند. رد پای معادلات دیفرانسیل را در زمینه‌های مختلف علوم ریاضی، مهندسی، فیزیک و حتی علوم اجتماعی می‌توان یافت، زیرا این معادلات تغییرات را به زبان ریاضی بازگو می‌کنند. از آن‌جا که در این معادلات توابع، مشتقات و دیفرانسیل‌ها به یکدیگر پیوند می‌خوردند، از آن‌ها می‌توان برای بیان پدیده‌های دینامیکی و تغییر و تحول بهره گرفت. از شاخه‌هایی از علوم که معادلات دیفرانسیل معمولی در آن‌ها کارکردی اساسی دارند، به عنوان نمونه می‌توان به این موارد اشاره کرد: برخی حوزه‌های ریاضی هم‌چون هندسه، علوم مهندسی هم‌چون مکانیک تحلیلی و مهندسی برق (تحلیل رفتار مدارهای الکتریکی)، زمین‌شناسی (پیش‌بینی آب و هوا)، شیمی (تحلیل زنجیره‌های واکنش هسته‌ای)، زیست‌شناسی (گسترش بیماری‌های عفونی، تغییرات ژنتیکی)، بوم‌شناسی و مدل‌سازی جمعیت و اقتصاد (تغییرات سود و قیمت سهام). بسیاری از ریاضیدانان برجسته تاریخ در حل و بحث معادلات دیفرانسیل معمولی نقش داشته‌اند، از جمله :نیوتن، لایب‌نیتس، خاندان برنولی، ریکاتی، الکسی کلرو، دالامبر و لئونارد اویلر. تا کنون محققین زیادی علاقه مندی فراوانی جهت حل این نوع معادلات با مشتقات جزیی غیر خطی با استفاده از روش های متنوع در این زمینه مطرح نموده اند که از این جمله می توان به [۱۸-۱] اشاره نمود. در این نوشتار برآنیم تا با معرفی تعمیم جدیدی

برای شکل جواب ها در روش تبدیل بکلاند جواب های معادله غیر خطی تعمیم یافته رادهاکریشنان-کاندو-لاکشمینن زیر [۱۹]

$$i\left(Q_t-\lambda\left(|Q|^{2m}Q\right)+\gamma Q_{xxx}\right)+ aQ_{xx}+b|Q|^{2m}Q=0, \quad 0<m<2, \quad Q(x,0)=\frac{A}{\cosh(Bx)},-\infty<x<\infty \qquad (۱)$$

را که در λ,γ,a,b,A آن اعداد حقیقی هستند با استفاده از آنچه نرم افزار میپل نام دارد ونرم افزاری بسیار قوی و کاربردی برای حل انواع محاسبات مختلف در ریاضی، فیزیک و مهندسی می باشد را بدست آوریم. ساختار این پژوهش به این صورت می باشد که در ابتدا ساختار روش مد نظر را مطرح نموده سپس معادله غیرخطی تعمیم یافته رادهاکریشنان-کاندو-لاکشمینن را بیان و با چندین تغییر متغیر موجی معادله غیرخطی فوق را به یک معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل کرده و با جاگذاری مشتقات و توان های لازم که توسط میپل محاسبه نمود ه ایم، در معادله مد نظر به معادله ای با ضرایبی از تابع $F(\xi)$ با توان های مختلف می رسیم که با حل ضرایب فوق در قالب یک دستگاه چند معادله چند مجهولی توسط میپل به ضرایب مد نظر جواب ها می رسیم.

۲. روش تعمیم یافته بکلاند برای معادله ریکاتی

درابتدا معادله ریکاتی به صورت زیر را در نظر می گیریم

$$\varphi'(\xi) = \sigma+\varphi^2(\xi), \qquad (۲)$$

معادله فوق دارای جواب هایی به صورت زیرمی باشد

$$\varphi=\begin{cases}-\sqrt{-\sigma}tanh\left(\sqrt{-\sigma}\,\xi\right), & \sigma<0,\\ -\sqrt{-\sigma}\cot h\left(\sqrt{-\sigma}\,\xi\right), & \sigma<0,\\ -\dfrac{1}{\xi+\bar{\omega}},\bar{\omega}=const. & \sigma=0.\\ \sqrt{\sigma}tan\left(\sqrt{-\sigma}\,\xi\right), & \sigma>0,\\ -\sqrt{\sigma}\cot\left(\sqrt{-\sigma}\,\xi\right), & \sigma>0,\end{cases} \qquad (۳)$$

در ادامه جهت بررسی ساختار روش و نحوه استفاده از آن ابتدا معادله دیفرانسیل غیر خطی در حالت کلی را به صورت زیر در نظر میگیریم

$$F(u,\, u_t,\, u_x,\, u_{xx},\, u_{xt},\, ...) = 0, \qquad (۴)$$

$u=u(x,t)$ تابع هدف می باشد که نامشخص می باشد و F چند جمله ایی بر اساس تابع u و مشتقات آن بر حسب x,t می باشد. حال برای یافتن جواب های معادله غیر خطی (۳) از تغییر متغیر موجی زیر

$$u(x,t)=U(\xi),\ \xi=kx+ly+vt, \qquad (۵)$$

برای تبدیل کردن معادله دیفرانسیل (۴) به یک معادله دیفرانسیل معمولی غیر خطی به شکل

$$P(U,U',U'',\, ...) = 0. \qquad (۶)$$

استفاده می کنیم که در آن k,l,v مقادیر ثابت هستند که بعدا محاسبه خواهند.

در ادامه طی چند مرحله نحوه رسیدن به جواب در حالت کلی مطرح خواهد شد.

مرحله اول: فرض می کنیم معادله (۶) دارای جوابی به صورت زیر باشد که ایده اصلی این روش می باشد

$$U(\xi) = \sum_{i=0}^{N} A_i \left(\tau+\psi(\xi)\right)^{i} + \sum_{i=1}^{N} B_i \left(\tau+\psi(\xi)\right)^{-i} \qquad (۷)$$

که در آن A_i, B_i مقادیر ثابت هستند که محاسبه خواهند شد و $\psi(\xi)$ از از تبدیل بکلاند برای معادله ریکاتی از رابطه زیر بدست می آید

$$\psi(\xi) = \frac{-\sigma B + D\varphi(\xi)}{D + B\ \varphi(\xi)} \qquad (۸)$$

که در آن $\psi(\xi)$ در معادله ریکاتی زیر صدق می کند

$$\psi'(\xi) = \sigma + \psi^2(\xi), \qquad (۹)$$

در این رابطه B, D مقادیر دلخواه هستند و σ مقدار ثابت می باشد که محاسبه خواهد شد و $B \neq 0$، در ضمن $\varphi(\xi)$ دارای جواب مشخص از رابطه (۳) می باشد. جهت تسهیل در بدست آوردن مشتقات معادله (۷) فرض می کنیم:

$$F = \tau + \psi(\xi) \qquad (۱۰)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$U(\xi) = \sum_{i=0}^{N} A_i (F)^{i} + \sum_{i=1}^{N} B_i (F)^{-i} \qquad (۱۱)$$

در ضمن داریم

$$\psi'(\xi) = \sigma + \psi^2(\xi) \Rightarrow F' = \psi'(\xi) = \sigma + F^2 - 2F\tau + \tau^2 \qquad (۱۲)$$

مرحله دوم: با در نظر گرفتن بالانس همگن [۶] مابین جمله غیر خطی و بالاترین مرتبه مشتق در معادله (۶)، که پس از جاگذاری معادلات (۱۰-۱۲) مقدرا عدد صحیح N در معادله (۶) محاسبه می شود.

مرحله سوم: با جاگذاری توان ها و مشتقات لازم تابع U در معادله (۴) و مرتب سازی بر اساس توان های مختلف F و همچنین مساوی صفر قرار دادن ضرایب F به مجموعه ایی از عبارات های جبری می رسیم که با حل این عبارات با استفاده از میپل ضرایب لازم A_i, B_i, ω و r را بدست می آوریم.

۳. بکارگیری ساختار روش بکلاند برای معادله رادهاکریشنان-کاندو-لاکشمینن

در ادامه در راستای روش مطرح شده جهت تبدیل معادله (۱) به معادله معمولی غیر خطی تغییر متغیر موجی زیر را در نظر می گیریم

$$Q(x,t) = u(x,t)\,\mathrm{e}^{i(-kx-\omega t+C)} \qquad (۱۳)$$

با جاگذاری (۱۳) در معادله (۱) داریم

$$\begin{aligned}
&(\omega + ak^2 + \gamma k^3)u - (b-\lambda k)u^{2m+1} - \\
&(a+3\gamma k)u_{xx} = 0, \\
&u_t - (2ak + 3\gamma k^2)u - \\
&\lambda(2m+1)u^{2m}u_x - \gamma u_{xxx} = 0,
\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

حال با تغییر متغیر $u(x,t) = u(\xi), \xi = x + Bt$ در معادله (۱۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
&(\omega + ak^2 + \gamma k^3)u - \\
&(b-\lambda k)u^{2m+1} - (a+3\gamma k)u'' = 0, \\
&Bu' - (2ak + 3\gamma k^2)u - \\
&\lambda(2m+1)u^{2m}u' - \gamma u''' = 0,
\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

با انتگرال گیری از معادله دوم (۱۵) و هم ارز قرار دادن با معادله اولی روابط زیر را خواهیم داشت:

$$\alpha = \frac{-3\gamma k}{3}, \frac{\omega + ak^2 + \gamma k^3}{B} = \frac{b-\lambda k}{\lambda} = \frac{a+3\gamma k}{\gamma}. \quad (۱۶)$$

که در آن

$$a = \frac{\gamma(-4k\lambda + b)}{\lambda}, \quad \omega = \frac{3\gamma k^3\lambda - b\gamma k^2 - Bk\lambda + Bb}{\lambda} \quad (۱۷)$$

با در نظر گرفتن روابط (۱۶) و (۱۷) معادله اول (۱۵) را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$b_1 u - u^{2m+1} - b_2 u'' = 0, \quad b_1 = \frac{B}{\lambda}, b_2 = \frac{\gamma}{\lambda} \quad (۱۸)$$

با در نظر گرفتن بالانس همگن بین u^{2m+1} و u'' در معادله (۱۸) داریم $N = \frac{1}{m}$. مجددا تغییر متغیر $u = v^{\frac{1}{m}}$ را در نظر می گیریم خواهیم داشت:

$$b_1 v^2 - v^3 - \frac{b_2(1-p)}{p^2} v'^2 + \frac{b_2}{p^2} v v'' = 0. \quad (۱۹)$$

با در نظر گرفتن بالانس همگن بین vv'' و v^3 در معادله (۱۹) خواهیم داشت $N = 2$ بنابراین طبق رابطه (۷) جواب معادله (۱۹) را در حالت کلی بصورت زیر داریم:

$$v(\xi) = A_0 + A_1(m+\psi(\xi)) + A_2(m+\psi(\xi))^2 + B_1(m+\psi(\xi))^{-1} + B_2(m+\psi(\xi))^{-2} \quad (۲۰)$$

طبق رابطه (۱۰) با در نظر گرفتن $F = \tau + \psi(\xi)$ و جاگذاری آن در معادله (۲۰) و سپس جاگذاری آن و مشتقات و توان های لازمش در معادله (۱۹) با استفاده از محاسبات پیچیده که فقط با نرم افزاری همچون میپل قادر به ساده کردن آن ها هستیم، یکی از حالات جواب را با صفر در نظر گرفتن ضرایب $F^m, m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ به صورت زیر خواهیم داشت:

$$p = \frac{4}{7}, \quad A_0 = \frac{1}{3}\frac{b_1(3\sigma^2 + 6\sigma\tau^2 + 3\tau^4 + 3\tau^2 + 2\sigma)}{(\sigma+\tau^2)^2}, \quad A_1 = -\frac{2b_1\tau}{(\sigma+\tau^2)^2}, \quad A_2 = \frac{B_1}{(\sigma+\tau^2)^2}, \quad B_2 = \frac{4}{21}\frac{B_1}{(\sigma+\tau^2)^2}, \quad (۲۱)$$

با جاگذاری ضرایب فوق در رابطه (۲۰) به همراه روابط (۱۳) و (۳) جواب های معادله (۱) را با تغییر متغیرهای مطرح شده در یک فرایند بازگشتی به صورت زیر خواهیم داشت:

$$v(\xi) = \frac{1}{3}\frac{b_1(3\sigma^2 + 6\sigma\tau^2 + 3\tau^4 + 3\tau^2 + 2\sigma)}{(\sigma+\tau^2)^2} - \frac{2b_1\tau}{(\sigma+\tau^2)^2}(\tau+\psi(\xi)) + \frac{B_1}{(\sigma+\tau^2)^2}(\tau+\psi(\xi))^2 + B_1(\tau+\psi(\xi))^{-1} + \frac{4}{21}\frac{B_1}{(\sigma+\tau^2)^2}(\tau+\psi(\xi))^{-2}$$

بنابراین داریم

$$u(\xi)=\left[\frac{1}{3}\frac{b_1\left(3\sigma^2+6\sigma\tau^2+3\tau^4+3\tau^2+2\sigma\right)}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}-\frac{2b_1\tau}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}(\tau+\psi(\xi))+\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}(\tau+\psi(\xi))^2+B_1(\tau+\psi(\xi))^{-1}+\frac{4}{21}\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}(\tau+\psi(\xi))^{-2}\right]^{\frac{1}{m}}$$

حال طبق فرایند بازگشتی مطرح شده جواب های معادله (۱) را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$Q(x,t)=\left[\frac{1}{3}\frac{b_1\left(3\sigma^2+6\sigma\tau^2+3\tau^4+3\tau^2+2\sigma\right)}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}-\frac{2b_1\tau}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}(\tau+\psi(\xi))+\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}(\tau+\psi(\xi))^2+B_1(\tau+\psi(\xi))^{-1}+\frac{4}{21}\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}(\tau+\psi(\xi))^{-2}\right]^{\frac{1}{m}}\times e^{i(-kx-\omega t+C)}$$

جواب های معادله غیرخطی تعمیم یافته رادهاکریشنان-کاندو-لاکشمینن برای حالتی $\sigma<0$ که

$$Q_1(x,t)=\left[\frac{1}{3}\frac{B_1\left(3\sigma^2+6\sigma\tau^2+3\tau^4+3\tau^2+2\sigma\right)}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}-\frac{2B_1\tau}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\sqrt{-\sigma}\tanh\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)+\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\sqrt{-\sigma}\tanh\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^2+B_1\left(\tau-\sqrt{-\sigma}\tanh\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^{-1}+\frac{4}{21}\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\sqrt{-\sigma}\tanh\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^{-2}\right]^{\frac{1}{m}}\times e^{i(-kx-\omega t+C)}$$

همچنین

$$Q_2(x,t)=\left[\frac{1}{3}\frac{b_1\left(3\sigma^2+6\sigma\tau^2+3\tau^4+3\tau^2+2\sigma\right)}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}-\frac{2b_1\tau}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\sqrt{-\sigma}\coth\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)+\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\sqrt{-\sigma}\coth\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^2+B_1\left(\tau-\sqrt{-\sigma}\coth\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^{-1}+\frac{4}{21}\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\sqrt{-\sigma}\coth\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^{-2}\right]^{\frac{1}{m}}\times e^{i(-kx-\omega t+C)}$$

برای حالتی که $\sigma>0$ جواب ها عبارتند از

$$Q_3(x,t)=\left[\frac{1}{3}\frac{b_1\left(3\sigma^2+6\sigma\tau^2+3\tau^4+3\tau^2+2\sigma\right)}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}-\frac{2b_1\tau}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau+\sqrt{\sigma}tan\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)+\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau+\sqrt{\sigma}tan\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^2+B_1\left(\tau+\sqrt{\sigma}tan\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^{-1}+\frac{4}{21}\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau+\sqrt{\sigma}tan\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^{-2}\right]^{\frac{1}{m}}\times e^{i(-kx-\omega t+C)}$$

و

$$Q_4(x,t)=\left[\frac{1}{3}\frac{b_1\left(3\sigma^2+6\sigma\tau^2+3\tau^4+3\tau^2+2\sigma\right)}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}-\frac{2b_1\tau}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\sqrt{\sigma}\cot\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)+\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\sqrt{\sigma}\cot\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^2+B_1\left(\tau-\sqrt{\sigma}\cot\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^{-1}+\frac{4}{21}\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\sqrt{\sigma}\cot\left(\sqrt{-\sigma}\,(x+Bt)\right)\right)^{-2}\right]^{\frac{1}{m}}\times e^{i(-kx-\omega t+C)}$$

و برای حالتی که $\sigma=0$ جواب عبارتند از

$$Q_5(x,t)=\left[\frac{1}{3}\frac{b_1\left(3\sigma^2+6\sigma\tau^2+3\tau^4+3\tau^2+2\sigma\right)}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}-\frac{2B_1\tau}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\frac{1}{x+Bt+\bar{\omega}}\right)+\frac{b_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\frac{1}{x+Bt+\bar{\omega}}\right)^2+B_1\left(\tau-\frac{1}{x+Bt+\bar{\omega}}\right)^{-1}+\frac{4}{21}\frac{B_1}{\left(\sigma+\tau^2\right)^2}\left(\tau-\frac{1}{x+Bt+\bar{\omega}}\right)^{-2}\right]^{\frac{1}{m}}e^{i(-kx-\omega t+C)}$$

نتیجه گیری و پژوهش های آتی: به طور خلاصه می توان گفت که در این پژوهش تعمیم جدیدی برای روش تبدیل بکلاند برای معادله غیرخطی تعمیم یافته رادهاکریشنان-کاندو-لاکشمینن با موفقیت مورد استفاده قرار گرفته شده است. جواب های بدست آمده در مقایسه با روش هایی همچون جیپریم جی، تانژانت کتانژانت و خدریاشف دقیق تر و روش مد نظر روشی سازگار و سریع جهت بدست آوردن جواب های معادلاتی از این نوع می باشد که می توان برای سایر معادلات با مشتقات جزیی غیر خطی دیگر نیز بکار برد.

مراجع:

[1] Alquran, Marwan. "Bright and dark soliton solutions to the Ostrovsky-Benjamin-Bona-Mahony (OS-BBM) equation." J. Math. Comput. Sci. 2, no. 1 (2012): 15-22.

[2] Rezazadeh, Hadi, Alper Korkmaz, Mostafa Eslami, Javad Vahidi, and Rahim Asghari. "Traveling wave solution of conformable fractional generalized reaction Duffing model by generalized projective Riccati equation method." Optical and Quantum Electronics 50, no. 3 (2018): 150.

[3] Eslami, M., M. Mirzazadeh, B. Fathi Vajargah, and Anjan Biswas. "Optical solitons for the resonant nonlinear Schrödinger's equation with time-dependent coefficients by the first integral method." Optik 125, no. 13 (2014): 3107-3116.

[4] Eslami, Mostafa, Farid Samsami Khodadad, Fakhroddin Nazari, and Hadi Rezazadeh. "The first integral method applied to the Bogoyavlenskii equations by means of conformable fractional derivative." Optical and Quantum Electronics 49, no. 12 (2017): 391.

[5] Zhou, Qin, M. Ekici, A. Sonmezoglu, M. Mirzazadeh, and M. Eslami. "Optical solitons with Biswas–Milovic equation by extended trial equation method." Nonlinear Dynamics 84, no. 4 (2016): 1883-1900.

[6] Aminikhah, Hossein, A. H. Refahi Sheikhani, and H. Rezazadeh. "Sub-equation method for the fractional regularized long-wave equations with conformable fractional derivatives." Scientia Iranica 23, no. 3 (2016): 1048-1054.

[7] Eslami, M. "Trial solution technique to chiral nonlinear Schrodinger's equation in (1$$$ $2)-dimensions." Nonlinear Dynamics 85, no. 2 (2016): 813-816.

[8] Aminikhah, Hossein, Amir Hosein Refahi Sheikhani, and Hadi Rezazadeh. "Travelling wave solutions of nonlinear systems of PDEs by using the functional variable method." Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática 34, no. 2 (2016): 213-229.

[9] Hubert, Malwe Boudoue, Gambo Betchewe, Mibaile Justin, Serge Y. Doka, Kofane Timoleon Crepin, Anjan Biswas, Qin Zhou et al. "Optical solitons with Lakshmanan–Porsezian–Daniel model by modified extended direct algebraic method." Optik 162 (2018): 228-236.

[10] Manafian, Jalil, Mohammadreza Foroutan, and Aref Guzali. "Applications of the ETEM for obtaining optical soliton solutions for the Lakshmanan-Porsezian-Daniel model." The European Physical Journal Plus 132, no. 11 (2017): 494.

[11] Bansal, Anupma, Anjan Biswas, Houria Triki, Qin Zhou, Seithuti P. Moshokoa, and Milivoj Belic. "Optical solitons and group invariant solutions to Lakshmanan–Porsezian–Daniel model in optical fibers and PCF." Optik 160 (2018): 86-91.

[12] Biswas, Anjan, Yakup Yildirim, Emrullah Yasar, Qin Zhou, Seithuti P. Moshokoa, and Milivoj Belic. "Optical solitons for Lakshmanan–Porsezian–Daniel model by modified simple equation method." Optik 160 (2018): 24-32.

[13] Biswas, Anjan, Mehmet Ekici, Abdullah Sonmezoglu, Houria Triki, Fayequa B. Majid, Qin Zhou, Seithuti P. Moshokoa, Mohammad Mirzazadeh, and Milivoj Belic. "Optical solitons with Lakshmanan–Porsezian–Daniel model using a couple of integration schemes." Optik 158 (2018): 705-711.

[14] Vega-Guzman, Jose, Rubayyi T. Alqahtani, Qin Zhou, Mohammad F. Mahmood, Seithuti P. Moshokoa, Malik Zaka Ullah, Anjan Biswas, and Milivoj Belic. "Optical solitons for Lakshmanan–Porsezian–Daniel model with spatio-temporal dispersion using the method of undetermined coefficients." Optik 144 (2017): 115-123.

[15] Yan, Chuntao. "A simple transformation for nonlinear waves." Physics Letters A 224, no. 1-2 (1996): 77-84.

[16] Yan, Zhenya. "New explicit travelling wave solutions for two new integrable coupled nonlinear evolution equations." Physics Letters A 292, no. 1-2 (2001): 100-106.

[17] Yel, Gülnur, Haci Mehmet Baskonus, and Hasan Bulut. "Novel archetypes of new coupled Konno–Oono equation by using sine–Gordon expansion method." Optical and Quantum Electronics 49, no. 9 (2017): 285.

[18] Baskonus, Haci Mehmet, Tukur Abdulkadir Sulaiman, and Hasan Bulut. "On the novel wave behaviors to the coupled nonlinear Maccari's system with complex structure." Optik 131 (2017): 1036-1043.

[19] Biswas, Anjan. "1-soliton solution of the generalized Radhakrishnan, Kundu, Lakshmanan equation." Physics Letters A 373, no. 30 (2009): 2546-2548.

دکتر احمد نیرمه دانشیار گروه ریاضی دانشگاه گنبد کاووس گرایش معادلات دیفرانسیل است که کارشناسی رشته ریاضی محض خود را در دانشگاه تبریز سال ۱۳۸۲ و ارشد ریاضی گرایش معادلات را در سال ۱۳۸۴ و دکتری را در دانشگاه گیلان در سال ۱۳۹۱اخذ نمود.