ارائه مدلی براساس خواص اعداد فازی برای حل برنامه ریزی خطی فازی

محمدتقی یحیی پور شیخ زاهدی
گروه علوم پایه، واحد رامسر، دانشگاه آزاد اسلامی، رامسر ، ایران

چکیده

در دنیای واقعی، همه داده‌های در دسترس قطعی نبوده و براساس کیفیت در نظر گرفته می‌شوند. براساس ماهیت داده‌ها برنامه ریزی خطی فازی مطرح شده است. حل این نوع مسائل، یکی از بحث‌های مهم است. در این مقاله، یک روش برای بدست آوردن جواب بهینه مسائل برنامه ریزی خطی فازی(FLP) با ضرایب اعداد فازی مثلثی با بکارگیری خواص اعداد فازی مثلثی ارائه شده است. با استفاده از روش پیشنهادی، به راحتی میتوان جواب بهینه فازی برای مسئله FLP متناسب با رخدادهای دنیای واقعی بدست آورد. برای بررسی مزایا و کاربرد روش معرفی شده، مثال عددی آورده شده است.

کلمات کلیدی: مسائل برنامه ریزی خطی فازی، راه حل بهینه فازی، اعداد فازی مثلثی، تابع عضویت.

تاریخچه مقاله:

تاریخ ارسال: ۱۴۰۱/۹/۱
تاریخ اصلاحات: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۲۰
تاریخ انتشار: ۱۴۰۱/۱۲/۲۹

Keywords:

fuzzy linear programming problems
fuzzy optimal solution
triangular fuzzy numbers
membership function

*ایمیل نویسنده مسئول:
mt_ypsh@yahoo.com

Presenting a model based on the properties of fuzzy numbers for solving fuzzy linear programming

Mohammad Taghi Yahyapour Sheikh Zahedi

Department of Basic Sciences, Ramsar Branch, Islamic Azad University, Ramsar, Iran

Abstract

In the real world, all available data are not definitive and are considered based on quality. Based on the nature of the data, fuzzy linear programming has been proposed. Solving these types of issues is one of the important discussions. In this article, a method to obtain the optimal solution of fuzzy linear programming (FLP) problems with coefficients of triangular fuzzy numbers by using the properties of triangular fuzzy numbers is presented. Using the proposed method, it is easy to obtain the fuzzy optimal solution for the FLP problem according to the real world events. To check the advantages and application of the introduced method, a numerical example is given.

۱ - مقدمه

با توجه به ماهیت مسائل دنیای واقعی ، داده های جمع آوری شده معمولاً شامل نوعی عدم اطمینان هستند. در حقیقت ، بسیاری از داده ها به دلیل ماهیت آنها نمی توانند کمّی شوند. اطلاعات ناقص یا ناآگاهی جزئی نیز دلیل دیگری برای کاربرد تئوری فازی است. اگرچه در بسیاری از موارد می توان اطلاعات دقیق به دست آورد، برخی از داده های تقریبی به اندازه کافی خوب ارزیابی می شود تا از هزینه های بالای جمع آوری دقیق اطلاعات جلوگیری شود. بنابراین ، بسیاری از محققان ترجیح می دهند داده های فازی را در مدل های تصمیم گیری خود قرار می‌دهند تا نتایج واقعی تری داشته باشند. علاوه بر این، طبق گفته برخی محققان ، داده های ناشی از پدیده های ذهنی انسان را می توان با اعداد فازی در مقایسه با اعداد واضح یا حتی تصادفی ، واقع بینانه تر بیان کرد. در مسائل تصمیم گیری چندگانه، تصمیم گیرنده اغلب با مشکل انتخاب گزینه هایی روبرو می‌شود که با ویژگی های ناسازگار و متناقض همراه باشند.

ابراهیم نژاد و همکاران[1] روش اولیه ثانویه را برای مسائل LP با متغیرهای فازی ارائه دادند. ورنس[2]روشی را برای حل یک سیستم برنامه ریزی فازی تعاملی پیشنهاد کرد. ملکی و همکاران[3] مفهومی برای حل LP با متغیرهای فازی ارائه دادند. روملفانگر[4] یک مفهوم کلی برای حل مسائل برنامه ریزی چند معیاره خطی با مقادیر قطعی، فازی یا تصادفی ارائه داد. ملکی [5] توابع رتبه بندی و کاربردهای آنها را برای حل برنامه ریزی خطی فازی پیشنهاد داد. رامیک[6] برخی از مفاهیم و نتایج جدید را در ثانویه برنامه ریزی خطی فازی معرفی کرده است. گانسان و همکاران[7] روشی را برای حل مسائل برنامه ریزی خطی فازی با اعداد فازی ذوزنقه ای پیشنهاد کردند. خیمنز و همکاران[8] یک روش تعاملی را برای برنامه ریزی خطی با پارامترهای فازی پیشنهاد کردند. چاناس[9] درباره استفاده از برنامه ریزی پارامتریک در برنامه ریزی خطی فازی بحث کرد. ناصری[10] روش جدیدی را برای حل برنامه ریزی خطی فازی با حل برنامه ریزی خطی پیشنهاد داد. عزتی و همکاران[11] یک الگوریتم جدید برای حل مسائل برنامه ریزی کاملاً فازی با استفاده از مسئله $MOLP$ ارائه کردند. سامشوار[12] راه حل بهینه فازی از مسائل برنامه ریزی خطی فازی معرفی کرده است. کومار[13] معادل قطعی از یک جفت از مسائل برنامه ریزی خطی اولیه - ثانویه فازی با استفاده از مفهوم برنامه نویسی آرمانی که در آن هدف و قیود سیستم بر اساس وزن به یکدیگر مرتبط هستند، ارائه کرده است. عدالت پناه[14] یک مدل مستقیم برای برنامه ریزی خطی نوتروزوفیک مثلثی ارائه نمود. کومار و همکاران[15] یک مدل ریاضی برای حل مسئله برنامه ریزی خطی کاملاً فازی با اعداد فازی ذوزنقه ای پیشنهاد نمودند. کومار و همکاران[16] یک تابع رتبه بندی جدید از عدد نوتروزوفیک مثلثی و کاربرد آن در برنامه ریزی عدد صحیح معرفی کردند.

در این مقاله روشی پیشنهاد شده است که با نشان دادن همه ضرایب به عنوان اعداد فازی مثلثی، جواب بهینه فازی از مسائل FLP را پیدا می‌کند. با استفاده از خواص اعداد فازی مثلثی یک روش جدید با حل یک مدل برنامه ریزی خطی جواب مسائل برنامه ریزی خطی فازی با ضرایب اعداد فازی مثلثی به دست می آید. با استفاده از روش پیشنهادی به راحتی می توان جواب بهینه فازی FLP را که در شرایط زندگی واقعی رخ می‌دهد بدست آورد.

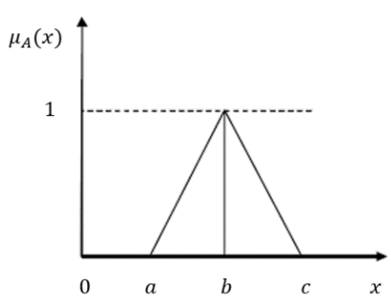
۲- تعاریف اساسی

در این بخش برخی از تعاریف اساسی آورده شده است.

۲-۱- تعریف: تابع مشخصه μ_A ازیک مجموعه فازی $A\subseteq X$به هر یک از اعضا در X مقدار ۰ یا ۱ اختصاص می‌دهد. این تابع را می توان به یک تابع عضویت $\mu_A(x): X \to [0,1]$ تعمیم داد. مجموعه $A = \{(x,\mu_A(x)); x \in X\}$ تعریف شده توسط $\mu_A(x)$ برای هر $x \in X$ یک مجموعه فازی نامیده می شود.

۲-۲- تعریف: عدد فازی $A = (a,b,c)$ را عدد فازی مثلثی می نامند و به صورت زیر تعریف می شود:

$$A(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} & a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & b \le x \le c \\ 0 & otherwise \end{cases}$$



شکل۱: عدد فازی مثلثی $A = (a,b,c)$

۲-۳- تعریف: به عدد فازی $A = (a,b,c)$ عدد فازی نامنفی گفته می‌شود اگر و فقط اگر $a \ge 0$ است.

۲-۴- تعریف: فرض کنید $A = (a_1, b_1, c_1)$ و $B = (a_2, b_2, c_2)$ دو عدد فازی مثلثی هستند، آنگاه:

$$i.\quad A \leq B \leftrightarrow a_1 \leq a_2\,, b_1 - a_1 \leq b_2 - a_2\,, c_1 - b_1 \leq c_2 - b_2$$
$$ii.\quad A \geq B \leftrightarrow a_1 \geq a_2\,, b_1 - a_1 \geq b_2 - a_2\,, c_1 - b_1 \geq c_2 - b_2$$
$$iii.\quad A = B \leftrightarrow a_1 = a_2\,, b_1 = b_2\,, c_1 = c_2$$

۲-۵-تعریف: عملیات حسابی بین دو عدد فازی مثلثی به صورت زیر تعریف می شود:

$$i.\quad A + B = (a_1, b_1, c_1) + (a_2, b_2, c_2) = (a_1 + a_2\,, b_1 + b_2\,, c_1 + c_2)$$
$$ii.\quad -A = -(a_1, b_1, c_1) = (-c_1\,, -b_1\,, -a_1)$$
$$iii.\quad A - B = (a_1, b_1, c_1) - (a_2, b_2, c_2) = (a_1 - c_2\,, b_1 - b_2\,, c_1 - a_2)$$
$$iv.\quad A.B = \begin{cases} (a_1a_2, b_1b_2, c_1c_2) & a_1 \geq 0 \\ (a_1c_2\,, b_1b_2\,, c_1c_2) & a_1 < 0, c_1 \geq 0 \\ (a_1c_2\,, b_1b_2\,, c_1a_2) & c_1 < 0 \end{cases}$$

۳- مسئله برنامه ریزی خطی فازی

برنامه ریزی خطی کلیه روابط بین متغیرهای تصمیم گیری را خطی تلقی می‌کند. تکنیک های برنامه ریزی خطی راه حل های ممکن و عملی ارائه می‌دهند، زیرا ممکن است محدودیت های دیگری نیز در خارج از مسئله وجود داشته باشد که باید مورد توجه قرار گیرند. با این حال، به طور کلی، نه توابع هدف و نه محدودیت های موجود در شرایط زندگی واقعی مربوط به مسائل تجاری و صنعتی به طور خطی با متغیرها ارتباط ندارند. در چنین شرایطی ممکن است پارامترهای مسائل برنامه ریزی خطی به عنوان اعداد فازی نشان داده شوند.

تابع هدف هر یک از مسائل LP با توجه به متغیرهای تصمیم گیری برای بهینه سازی معیار بهینه سازی (اندازه گیری عملکرد) بیان می‌شود ، به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\max(or\ min)\ \ C^T.X$$
$$s.t\quad A.X \leq, =, \geq b$$
$$X\ is\ a\ non-negayive\ fuzzy\ number$$

که در آن $A = (a_{ij})_{m\times n}$ و $C^T = (c_j)_{1\times n}$ و $b = (b_i)_{m\times 1}$ و $X = (x_j)_{n\times 1}$ و $a_{ij}\,, c_j\,, b_i\,, x_j \in F(R)$ یک مسئله برنامه ریزی خطی فازی چند هدفه با متغیرهای فازی و محدودیت های فازی است.

۳-۱- تبدیل قیود نامساوی به قیود مساوی

در روش پیشنهادی تمامی محدودیت مدل باید از نوع تساوی باشند برای این منظور ابتدا نوع همه محدودیت ها $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j = b_i$ یا $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j \neq b_i$ را برای هر $i = 1,2 \ldots, m$ بررسی کنید

حالت اول: اگر $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j \leq b_i$ برای برخی از مقادیر iها باشد، با اضافه نمودن متغیرهای نامنفی S_i به سمت چپ قیود نامساوی را به قیود مساوی تبدیل کنید. یعنی $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j + S_i = b_i$ برای برخی از مقادیر i که در آن S_i یک عدد فازی نامنفی است.

حالت دوم: اگر $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j \geq b_i$ برای برخی از مقادیر iها باشد، با اضافه نمودن متغیرهای نامنفی S_i به سمت راست قیود نامساوی را به قیود مساوی تبدیل کنید. یعنی $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j = b_i + S_i$ برای برخی از مقادیر i که در آن S_i یک عدد فازی نامنفی است.

۴- روش پیشنهادی برای یافتن جواب بهینه فازی برای مسائل برنامه ریزی خطی فازی

در روش پیشنهادی از خاصیت عدد فازی $A = (a, b, c)$ یعنی $a \leq b \leq c$ در مساله استفاده می‌شود و مسئله FLP به مسئله LP تبدیل شده و بعد از به دست آوردن جواب بهینه آن به جواب بهینه فازی مسئله FLP خواهد رسید. مسئله FLP زیر را در نظر بگیرید:

$$\max(or\ min)\ \ C^T.X$$
$$s.t\quad A.X \leq, =, \geq b$$
$$X\ is\ a\ non-negayive\ fuzzy\ number$$

که در آن $A = (a_{ij})_{m\times n}$ و $C^T = (c_j)_{1\times n}$ و $b = (b_i)_{m\times 1}$ و $X = (x_j)_{n\times 1}$ است برای تبدیل آن به مسئله LP به ترتیب مراحل زیر عمل می‌شود.:

مرحله ۱: تمام قیود نامساوی را به قیود مساوی تبدیل می‌شود.

مرحله ۲: حالا مسئله FLP به صورت زیر نوشته شود:

$$\max(or\ min)\ \ Z = C^T.X$$
$$s.t\quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j = b_i \qquad \forall\ i = 1,2, \ldots, m$$

x_j یک عدد فازی مثلثی نامنفی است.

مرحله ۳: اگر تمام پارامترها اعداد فازی مثلثی باشند، آنگاه میتوان FLP را به صورت زیر نوشت:

$$\max(or\ min)\ Z = \sum_{j=1}^{n} (p_j,q_j,r_j).(x_j,y_j,z_j)$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n} (a_{ij},b_{ij},c_{ij}).(x_j,y_j,z_j) = (b_i,g_i,h_i) \quad \forall\, i = 1,2,\dots,m$$

(x_j,y_j,z_j) یک عدد فازی مثلثی نامنفی است.

مرحله۴: با استفاده از عملیات حسابی، فرض کنید $(a_{ij},b_{ij},c_{ij}).(x_j,y_j,z_j) = (m_{ij},n_{ij},o_{ij})$ و $(p_j,q_j,r_j).(x_j,y_j,z_j) = (w_j,t_j,u_j)$ آنگاه FLP به دست آمده مرحله ۳ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\max(or\ min)\ Z = \sum_{j=1}^{n} (w_j,t_j,u_j)$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n} (m_{ij},n_{ij},o_{ij}) = (b_i,g_i,h_i) \quad \forall\, i = 1,2,\dots,m$$

(x_j,y_j,z_j)یک عدد فازی مثلثی نامنفی است.

مرحله۵: با استفاده از عملیات حسابی، FLP به دست آمده مرحله ۴ به مسئله برنامه ریزی خطی چند هدف زیر تبدیل می‌شود:

$$\max(or\ min)\ \ Z = (Z_1,Z_2,Z_3) = \left(\sum_{j=1}^{n} w_j\,, \sum_{j=1}^{n} t_j\ , \sum_{j=1}^{n} u_j\right)$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n} m_{ij} = b_i \quad \forall\, i = 1,2,\dots,m$$

$$\sum_{j=1}^{n} n_{ij} = g_i \quad \forall\, i = 1,2,\dots,m$$

$$\sum_{j=1}^{n} o_{ij} = h_i \quad \forall\, i = 1,2,\dots,m$$

$$y_j - x_j \geq 0 \quad , z_j - y_j \geq 0 \qquad \forall\, j = 1,2,\dots,n$$

مرحله۶: در این مرحله از ویژگی اعداد فازی مثلثی موجود در رابطه $\sum_{j=1}^{n} w_j \leq \sum_{j=1}^{n} t_j \leq \sum_{j=1}^{n} u_j$ استفاده نموده و دو محدودیت $\sum_{j=1}^{n} w_j \leq \sum_{j=1}^{n} t_j$ و $\sum_{j=1}^{n} t_j \leq \sum_{j=1}^{n} u_j$ را به مسئله برنامه ریزی خطی چند هدفه مرحله ۵ اضافه می‌کنیم و به مسئله برنامه ریزی خطی زیر تبدیل می‌شود:

$$\max(or\ min)\ \ Z = Z_1 = \sum_{j=1}^{n} w_j$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^{n} m_{ij} = b_i \quad \forall\, i = 1,2,\dots,m$$

$$\sum_{j=1}^{n} n_{ij} = g_i \quad \forall\, i = 1,2,\dots,m$$

$$\sum_{j=1}^{n} o_{ij} = h_i \quad \forall\, i = 1,2,\dots,m$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j \leq \sum_{j=1}^{n} t_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} t_j \leq \sum_{j=1}^{n} u_j$$

$$y_j - x_j \geq 0 \quad , z_j - y_j \geq 0 \qquad \forall\, j = 1,2,\dots,n$$

$$x_j \geq 0\ , z_j \geq 0\ , y_j \geq 0 \qquad \forall\, j = 1,2,\dots,n$$

فرض کنید $x_j^*, y_j^*, z_j^*\ , \forall\, j = 1,2,\dots,n$ و Z_1^* جواب بهینه مدل LP مرحله ۶ باشد. آنگاه جواب بهینه مسئله برنامه ریزی خطی فازی $X^* = (x_j^*, y_j^*, z_j^*)$ و $Z^* = (Z_1^* = \sum_{j=1}^{n} w_j\ ,\ Z_2^* = \sum_{j=1}^{n} t_j\ ,\ Z_3^* = \sum_{j=1}^{n} u_j)$ را پیدا کنید.

۵- مثالهای عددی

چند مثال عددی برای نشان دادن و شرح مزیت روش پیشنهادی ارائه می‌گردد.

۵-۱- مثال: با در نظر گرفتن مسئله FLP زیر و آن، با روش پیشنهادی حل می‌شود

$$\max Z = (1,2,4).X_1 + (1,3,6).X_2$$
$$s.t\ \ (0,1,3).X_1 + (1,2,2).X_2 \leq (7,8,32)$$
$$(1,2,5).X_1 + (2,2,6).X_2 \leq (10,22,58)$$

X_1 و X_2 اعداد فازی مثلثی نامنفی هستند

جواب: تمام قیود نامساوی با اضافه کردن اعداد فازی نامنفی به قیود مساوی تبدیل و مسئله FLP به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\max Z = (1,2,4).X_1 + (1,3,6).X_2$$
$$s.t\ \ (0,1,3).X_1 + (1,2,2).X_2 + (1,1,1).S_1 = (7,8,32)$$
$$(1,2,5).X_1 + (2,2,6).X_2 + (1,1,1).S_2 = (10,22,58)$$

X_1 و X_2 و S_1 و S_2 اعداد فازی مثلثی نامنفی هستند.

فرض کنید $X_1 = (x_1,y_1,z_1)$ و $X_2 = (x_2,y_2,z_2)$ و $S_1 = (s_1,t_1,u_1)$ و $S_2 = (s_2,t_2,u_2)$ باشند آنگاه مسئله FLP به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\max Z = (1,2,4).(x_1, y_1, z_1) + (1,3,6).(x_2, y_2, z_2)$$
$$s.t\ \ (0,1,3).(x_1, y_1, z_1) + (1,2,2).(x_2, y_2, z_2) + (1,1,1).(s_1, t_1, u_1) = (7,18,32)$$
$$(1,2,5).(x_1, y_1, z_1) + (2,2,6).(x_2, y_2, z_2) + (1,1,1).(s_2, t_2, u_2) = (10,22,58)$$

(x_1, y_1, z_1) و (x_2, y_2, z_2) و (s_1, t_1, u_1) و (s_2, t_2, u_2) اعداد فازی مثلثی نامنفی هستند. اکنون با استفاده از مرحله ۵ ، مسئله FLP فوق به مسئله زیر تبدیل می‌شود:

$$\max Z = (x_1 + x_2, 2y_1 + 3y_2, 4z_1 + 6z_2)$$
$$s.t\ \ 0x_1 + 1x_2 + s_1 = 7$$
$$1y_1 + 2y_2 + t_1 = 18$$
$$3z_1 + 2z_2 + u_1 = 32$$
$$1x_1 + 2x_2 + s_2 = 10$$
$$2y_1 + 2y_2 + t_2 = 22$$
$$5z_1 + 6z_2 + u_2 = 58$$
$$y_1 - x_1 \geq 0$$
$$y_2 - x_2 \geq 0$$
$$z_1 - y_1 \geq 0$$
$$z_2 - y_2 \geq 0$$

(x_1, y_1, z_1) و (x_2, y_2, z_2) و (s_1, t_1, u_1) و (s_2, t_2, u_2) اعداد فازی مثلثی نامنفی هستند. با استفاده از مرحله ۶ ، جواب مسئله LP مسئله زیر مجاسبه می‌شود:

$$\max Z = x_1 + x_2$$
$$s.t\ \ 0x_1 + 1x_2 + s_1 = 7$$
$$1y_1 + 2y_2 + t_1 = 18$$
$$3z_1 + 2z_2 + u_1 = 32$$
$$1x_1 + 2x_2 + s_2 = 10$$
$$2y_1 + 2y_2 + t_2 = 22$$
$$5z_1 + 6z_2 + u_2 = 58$$
$$4z_1 + 6z_2 - 2y_1 - 3y_2 \geq 0$$
$$2y_1 + 3y_2 - x_1 - x_2 \geq 0$$
$$-x_1 + y_1 \geq 0$$
$$-x_2 + y_2 \geq 0$$
$$-y_1 + z_1 \geq 0$$
$$-y_2 + z_2 \geq 0$$
$$-s_1 + t_1 \geq 0$$
$$-t_1 + u_1 \geq 0$$
$$-s_2 + t_2 \geq 0$$
$$-t_2 + u_2 \geq 0$$
$$x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, s_1, t_1, u_1, s_2, t_2, u_2 \geq 0$$

جواب مسئله LP فوق به صورت زیراست:

(جدول-۱):جواب بهینه مسئله LP مثال ۱-۵

i	x_i^*	y_i^*	z_i^*	s_i^*	t_i^*	u_i^*
۱	۷	۷	۷	۵/۵	۵/۵	۵/۵
۲	۱/۵	۲/۷۵	۲/۷۵	۰	۵/۲	۶/۵

آنگاه جواب بهینه مسئله برنامه ریزی خطی فازی $Z^* = 8.5$ و $X_1^* = (7,7,7)$ و $X_2^* = (1.5,2.75,2.75)$ و $S_1^* = (5.5,5.5,5.5)$ و $S_2^* = (0,2.5,6.5)$ به دست می آید. از این رو ، مقدار بهینه فازی مسئله FLP داده شده $Z^* = (8.5,22.25,44.5)$ است.

۵-۲- مثال: با در نظر گرفتن مسئله FLP زیر [17] و آن، با روش پیشنهادی حل می‌شود

$$\max Z = (10,15,17).X_1 + (10,16,20).X_2 + (10,14,17).X_3 + (10,12,14).X_4$$
$$s.t\ \ (8,10,13).X_1 + (10,11,13).X_2 + (9,12,13).X_3 + (11,15,17).X_4 = (271.75,411.75,573.75)$$
$$(11,14,16).X_1 + (14,18,19).X_2 + (14,17,20).X_3 + (13,14,18).X_4 = (385.5,539.5,759.5)$$

X_1 و X_2 و X_3 و X_4 اعداد فازی مثلثی نامنفی هستند

جواب: تمام قیود مسئله مساوی هستند. اکنون با استفاده از مرحله ۵ ، مسئله FLP فوق به مسئله زیر تبدیل می شود:

$$\max Z = (10x_1 + 10x_2 + 10x_3 + 10x_4\ , 15y_1 + 16y_2 + 14y_3 + 12y_4\ , 17z_1 + 20z_2 + 17z_3 + 14z_4)$$
$$s.t.\ 8x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 11x_4 = 271.75$$
$$10y_1 + 11y_2 + 12y_3 + 15y_4 = 411.75$$
$$13z_1 + 13z_2 + 13z_3 + 17z_4 = 573.75$$
$$11x_1 + 14x_2 + 14x_3 + 13x_4 = 385.5$$
$$14y_1 + 18y_2 + 17y_3 + 14y_4 = 539.5$$
$$16z_1 + 19z_2 + 20z_3 + 18z_4 = 759.5$$
$$-x_1 + y_1 \geq 0$$
$$-x_2 + y_2 \geq 0$$
$$-x_3 + y_3 \geq 0$$
$$-x_4 + y_4 \geq 0$$
$$-y_1 + z_1 \geq 0$$
$$-y_2 + z_2 \geq 0$$
$$-y_3 + z_3 \geq 0$$
$$-y_4 + z_4 \geq 0$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4, z_1, z_2, z_3, z_4 \geq 0$$

(x_1,y_1,z_1) و (x_2,y_2,z_2) و (x_3,y_3,z_3) و (x_4,y_4,z_4) اعداد فازی مثلثی نامنفی هستند. با استفاده از مرحله ۶، جواب مسئله LP مسئله زیر مجاسبه می‌شود:

$$\max Z = 10x_1 + 10x_2 + 10x_3 + 10x_4$$
$$s.t.\ 8x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 11x_4 = 271.75$$
$$10\mathrm{y}_1 + 11\mathrm{y}_2 + 12\mathrm{y}_3 + 15\mathrm{y}_4 = 411.75$$
$$13\mathrm{z}_1 + 13\mathrm{z}_2 + 13\mathrm{z}_3 + 17\mathrm{z}_4 = 573.75$$
$$11x_1 + 14x_2 + 14x_3 + 13x_4 = 385.5$$
$$14\mathrm{y}_1 + 18\mathrm{y}_2 + 17\mathrm{y}_3 + 14\mathrm{y}_4 = 539.5$$
$$16\mathrm{z}_1 + 19\mathrm{z}_2 + 20\mathrm{z}_3 + 18\mathrm{z}_4 = 759.5$$
$$-10x_1 - 10x_2 - 10x_3 - 10x_4 + 15\mathrm{y}_1 + 16\mathrm{y}_2 + 14\mathrm{y}_3 + 12\mathrm{y}_4 \geq 0$$
$$-15\mathrm{y}_1 - 16\mathrm{y}_2 - 14\mathrm{y}_3 - 12\mathrm{y}_4 + 17\mathrm{z}_1 + 20\mathrm{z}_2 + 17\mathrm{z}_3 + 14\mathrm{z}_4 \geq 0$$
$$-x_1 + \mathrm{y}_1 \geq 0$$
$$-x_2 + \mathrm{y}_2 \geq 0$$
$$-x_3 + \mathrm{y}_3 \geq 0$$
$$-x_4 + \mathrm{y}_4 \geq 0$$
$$-\mathrm{y}_1 + \mathrm{z}_1 \geq 0$$
$$-\mathrm{y}_2 + \mathrm{z}_2 \geq 0$$
$$-\mathrm{y}_3 + \mathrm{z}_3 \geq 0$$
$$-\mathrm{y}_4 + \mathrm{z}_4 \geq 0$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, \mathrm{y}_1, \mathrm{y}_2, \mathrm{y}_3, \mathrm{y}_4, \mathrm{z}_1, \mathrm{z}_2, \mathrm{z}_3, \mathrm{z}_4 \geq 0$$

جواب مسئله LP فوق به صورت زیراست:

(جدول-۲):جواب بهینه مسئله LP مثال ۲-۵

i	x_i^*	y_i^*	z_i^*
۱	۲۲/۱۰۷۸	۲۲/۱۰۷۸	۲۸/۰۳۰۶
۲	۰	۰	۰
۳	۸/۹۷۰۷	۸/۹۷۰۷	۱۰/۵۶۹۱
۴	۱/۲۸۶۵	۵/۵۳۴۹	۵/۵۳۴۹

و $Z^* = 323.6499$ آنگاه جواب بهینه مسئله برنامه ریزی خطی فازی طبق رابطه $X^* = (x_j^*, y_j^*, z_j^*)$ و $Z^* = (Z_1^* = \sum_{j=1}^n w_j,\ Z_2^* = \sum_{j=1}^n t_j\ ,\ Z_3^* = \sum_{j=1}^n u_j)$ مقدار و جواب بهینه فازی $X_1^* = (22.1078,22.1078,28.0306)$ و $X_2^* = (0,0,0)$ و $X_3^* = (8.9707,8.9707,10.5691)$ و $X_4^* = (1.2865,5.5349,5.5349)$ به دست می‌آید. از این رو ، مقدار بهینه فازی مسئله FLP داده شده $Z^* = (323.6499,523.6256,723.6835)$ است.

در مثالهای فوق به وضوح دیده می‌شود که جواب بهینه مسائل برنامه ریزی خطی فازی با ضرایب اعداد فازی مثلثی را می‌توان با حل یک مدل برنامه ریزی خطی به دست می‌آید.

۶- نتیجه

در این مقاله، یک روش برای یافتن جواب بهینه فازی از مسائل برنامه ریزی خطی فازی با قیود نامساوی با نمایش تمام پارامترها به عنوان اعداد فازی مثلثی ارائه داده ایم. با استفاده از خواص اعداد فازی مثلثی برای حل مسائل برنامه ریزی خطی فازی با ضرایب اعداد فازی مثلثی روشی پیشنهاد شد که با حل یک مدل برنامه ریزی خطی، جواب مسائل برنامه ریزی خطی فازی با ضرایب اعداد فازی مثلثی به دست می‌آید. برای نشان دادن مزیت روش معرفی شده، در دو مثال عددی حل شده نشان دادیم با تبدیل مسئله FLP به مسئله LP و بعد از به دست آوردن جواب بهینه آن به جواب بهینه فازی مسئله FLP رسیدیم. یعنی می توان جواب بهینه مسائل برنامه ریزی خطی فازی با ضرایب اعداد فازی مثلثی را با حل یک مدل برنامه ریزی خطی به دست آورد.

۷- مراجع

[1] A Ebrahimnejad et al., "A Primal-Dual Method for Linear Programming Problems with Fuzzy Variables", European Journal of Industrial Engineering, 4 (2010), 189-209.

[2] B Werners, "An Interactive Fuzzy Programming System", Fuzzy Sets and Systems, 23 (1987), 131-147.

[3] H R Maleki et al., "Linear Programming with Fuzzy Variables", Fuzzy Sets and Systems, 109 (2000), 21-33.

[4] H Rommelfanger, "A General Concept for Solving Linear Multicriteria Programming Problems with Crisp, fuzzy or stochastic values", Fuzzy Sets and Systems, 158 (2007), 1892-1904.

[5] H. R. Maleki, "Ranking Functions and Their Applications to Fuzzy Linear Programming", Far East Journal of Mathematical Sciences, 4 (2002).

[6] J Ramik, "Duality in Fuzzy Linear Programming: Some New Concepts and Results", Fuzzy Optimization and Decision Making, 4 (2005), 25-39.

[7] K. Ganesan et al., "Fuzzy Linear Programs with Trapezoidal Fuzzy Numbers", Annals of Operations Research, 143 (2006), 305-315.

[8] M Jimenez et al., "Linear Programming with Fuzzy Parameters: An Interactive Method Resolution", European Journal of Operational Research, 177 (2007), 1599-1609.

[9] S Chanas, "The Use of Parametric Programming in Fuzzy Linear Programming", Fuzzy Sets and Systems, 11 (1983), 229-241.

[10] S H Nasseri, " A New Method for Solving Fuzzy Linear Programming by Solving Linear Programming", Applied Mathematical Sciences, 2 (2008), 2473-2480.

[11] R. Ezzati et al., "A new algorithm to solve fully fuzzy linear programming problems using the MOLP problem" Applied Mathematical Modelling, 39(12) (2015), 3183-3193

[12] S Someshwar, "Fuzzy Optimal Solution of Fuzzy Linear Programming Problems" (2020), SSRN: https://ssrn.com/abstract=3686495

[13] S Kumar , " Duality results in fuzzy linear programming problems based on the concept of goal programming" International Journal of Systems Science: Operations & Logistics, 25 (2018) 206-216

[14] S. A. Edalatpanah, "A Direct Model for Triangular Neutrosophic Linear Programming " International Journal of Neutrosophic Science (IJNS) Vol. 1, (2020) 19-28

[15] S Kumar, "A mathematical model for solving fully fuzzy linear programming problem with trapezoidal fuzzy numbers" Applied Intelligence 46 (3) (2017) 509-519

[16] S Kumar, "A new ranking function of triangular neutrosophic number and its application in integer programming " International Journal of Neutrosophic Science (IJNS) 4(2) (2020) 82-92

[17] S H Nasseri, Faranak Mahmoudi, "A New Approach to Solve Fully Fuzzy Linear Programming Problem "J. Appl. Res. Ind. Eng. Vol. 6, No. 2 (2019) 139-149

محمدتقی یحیی پور شیخ زاهدی

مدرک کارشناسی خود را در رشته ریاضی کاربردی در سال ۱۳۸۱ از دانشگاه مازندران - بابلسر، مدرک کارشناسی ارشد خود را در سال ۱۳۸۳ از دانشگاه آزاد اسلامی واحد زاهدان اخذ کرده است. ایشان در حال حاضر به عنوان دانشجوی دکتری ریاضی کاربردی گرایش تحقیق در عملیات در دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان مشغول به تحصیل هستند. ایشان از سال ۱۳۸۷ عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد واحد رامسر می‌باشند. زمینه پژوهشی مورد علاقه ایشان عبارت است: برنامه ریزی خطی و برنامه ریزی خطی فازی - تحلیل پوششی داده ها - معکوس تحلیل پوششی داده ها.

نشانه رایانامه ایشان عبارتند از:

mt_ypsh@yahoo.com

روش ارجاع به مقاله :
م. یحیی پور شیخ زاهدی، ارائه مدلی برا ساس خواص اعداد فازی برای حل برنامه ریزی خطی فازی، دوفصلنامه محاسبات و سامانه های توزیع شده، سال پنجم، شماره ۲، شماره پیاپی ۱۰، صفحه ۱۶ تا ۲۲، سال ۱۴۰۱

How to cite: M. Yahyapour Sheikh Zahedi, Presenting a model based on the properties of fuzzy numbers for solving fuzzy linear programming, Journal of Distributed Computing and Systems(JDCS), Vol 5, Issue 2, Page 16-22, 2023.